

Lösungen

Aufnahmeprüfung 2023		
BM	FMS / Gym So	FMS / Gym Ol
(zutreffendes ankreuzen)		
Prüfungsnummer: (auf jeder Seite oben links eintragen)		

Prüfungsfach: **Algebra und Geometrie**
 Prüfungsdauer: 90 min
 Hilfsmittel: Einfacher Taschenrechner (Smartphones sowie Taschenrechner mit Grafik- oder Algebrafunktionen, insbesondere zum Umformen von Termen oder Lösen von Gleichungen sind nicht erlaubt.)

Aufgabe Nr.	max. Punkte	err. Punkte
Aufgabe 1	5	
Aufgabe 2	3	
Aufgabe 3	4	
Aufgabe 4	5	
Aufgabe 5	4	
Aufgabe 6	4	
Aufgabe 7	5	
Aufgabe 8	4	
Total Punkte	34	
Total erreichte Punkte		

Prüfungsnote	
---------------------	--

- Die Lösungen müssen mit Tinte, Filzstift oder Kugelschreiber direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden.
- Für die maximale Punktzahl wird ein vollständiger Lösungsweg erwartet.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse müssen deutlich als solche gekennzeichnet und durchgestrichen werden. Sind mehrere Lösungswege vorhanden, wird die Aufgabe nicht bewertet!
- Prüfungsnummer auf dem Titelblatt und auf jeder Seite oben links eintragen.

Prf-Nummer:

Aufgabe 1 (1.5 + 1.5 + 2 = 5 Punkte)

1a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich:

$$2(x - y) + 3x(y + 4) - 2xy$$

$= 2x - 2y + 3xy + 12x - 2xy$	
$= \underline{\underline{14x + xy - 2y}}$	1,5P (pro Fehler $-\frac{1}{2}P$)

1b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich:

$$(3a + 2b)(b - 2a)$$

$= 3ab - 6a^2 + 2b^2 - 4ab$	
$= \underline{\underline{-6a^2 - ab + 2b^2}}$	1,5P (pro Fehler $-\frac{1}{2}P$)

1c) Entscheiden Sie, welche der folgenden Terme zum Term $(a - b)^2$ gleichwertig (äquivalent) sind und welche nicht? Kreuzen Sie die korrekte Aussage an.

	gleichwertig	nicht gleichwertig
$a^2 - b^2$	☐	☒
$a^2 + b^2$	☐	☒
$(b - a)^2$	☒	☐
$a^2 + b^2 + 2ab$	☐	☒
$a^2 - 2ab + b^2$	☒	☐
$-2ab - a^2 + b^2$	☐	☒
$-2ab + a^2 + b^2$	☒	☐
$a(a - 2b) + b^2$	☒	☐

Anzahl richtige	Punkte
8	2
6 oder 7	1,5
4 oder 5	1
2 oder 3	0,5
0 oder 1	0

--

Prf-Nummer:

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Bilden Sie aus den 4 Ziffern 2, 4, 5 und 8 vierstellige Zahlen.

Keine der Ziffern darf doppelt vorkommen.

Wie viele dieser Zahlen sind ohne Rest durch 4 teilbar?

5824	<u>Teilpunkte</u> Falls einzeln aufgeschrieben Pro fehlende oder falsche Zahl $\rightarrow \frac{1}{2} P$ Abzug Idee der letzten beiden Ziffern $\rightarrow 1P$ Idee vertauschen der ersten beiden Ziffern $\rightarrow 1P$ Es sind 10 Zahlen 3P
8524	
2584	
5284	
2548	
5248	
4852	
8452	
4528	
5428	

Aufgabe 3 ($2 + 2 = 4$ Punkte)

Lösen Sie die Gleichungen nach x auf und geben Sie das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an. (Grundmenge $G = \mathbb{R}$)

3a)

$$13 - (3x + 8) = 2 \cdot (7 - x) + [5 - (1 - 4x)]$$

$$13 - 3x - 8 = 14 - 2x + (5 - 1 + 4x)$$

$$13 - 3x - 8 = 14 - 2x + 5 - 1 + 4x$$

$$5 - 3x = 2x + 18$$

$$-13 = 5x$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{13}{5}}}$$

 $\frac{1}{2}P$ $\frac{1}{2}P$ $\frac{1}{2}P$ $\frac{1}{2}P$

3b)

$$\frac{3-x}{2} + \frac{7-2x}{6} = \frac{x+3}{5}$$

$$15 \cdot (3-x) + 5 \cdot (7-2x) = 6 \cdot (x+3)$$

$$45 - 15x + 35 - 10x = 6x + 18$$

$$80 - 25x = 6x + 18$$

$$62 = 31x$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

 $1P$ $\frac{1}{2}P$ $\frac{1}{2}P$

Prf-Nummer:

Aufgabe 4 (1.5 + 1.5 + 1 + 1 = 5 Punkte)

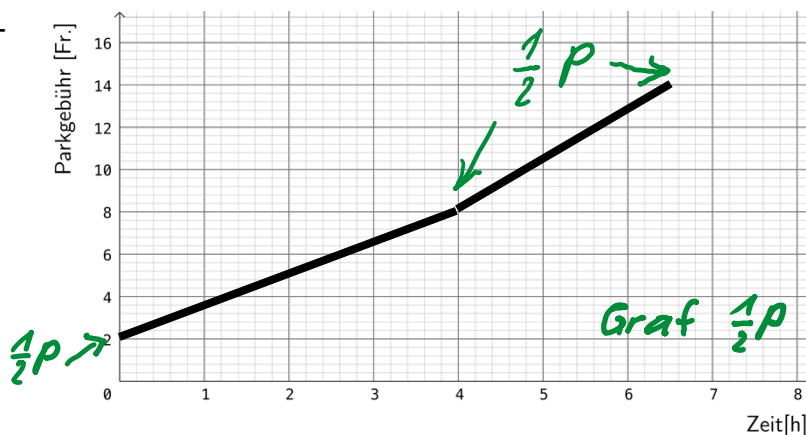
Jemand parkiert 6½ Stunden in einem Parkhaus. Die Grundtaxe beträgt Fr. 2.–
Während der ersten 4 Stunden beträgt die Parkgebühr Fr. 1.50 pro Stunde.
Alle weiteren Parkstunden kosten Fr. 2.40 pro Stunde.

a) Berechnen Sie die Kosten für die gesamte Parkzeit in Franken.

Grundtaxe	Fr. 2.–	} Total <u>Fr. 14.–</u>	1½ P
4h à Fr. 1,5	Fr. 6.–		
2,5h à Fr. 2,4	Fr. 6.–		

Pro Fehler ½ P Abzug

b) Tragen Sie die Parkkosten-Entwicklung für diesen Parkvorgang korrekt in die nebenstehende Grafik ein.



c) Worin unterscheidet sich der Graph über die gesamte Parkzeit von demjenigen einer direkten Proportionalität?

Gerade hat Knick	1/2 P
Gerade geht nicht durch den Ursprung	1/2 P

d) Zu welchem Preis müsste die Parkstunde bei einem Einheitstarif ohne Grundtaxe angesetzt werden, um den gleichen Totalbetrag zu erzielen? Runden Sie.

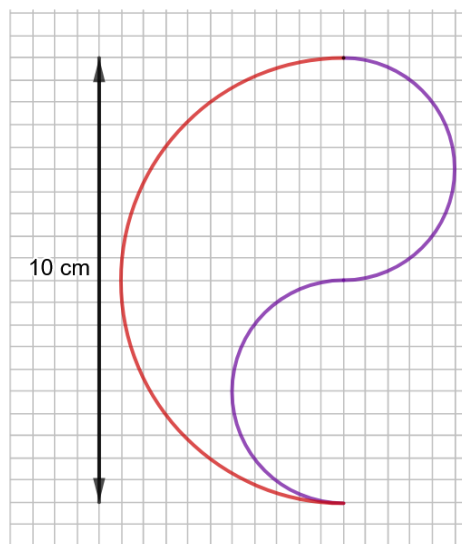
$\frac{\text{Fr. 14.–}}{6.5h} = 2,1538 \text{ Fr./h}$	1/2 P
gerundet: <u>2,15 Fr./h</u>	1/2 P

Aufgabe 5 (2 + 2 = 4 Punkte)

Die abgebildete Figur ist aus drei Halbkreisen zusammengesetzt.

Berechnen Sie:

- a) den Umfang der Figur.
b) die Fläche der Figur.



$$a) \quad r_1 = 5 \text{ cm} \quad , \quad r_2 = 2,5 \text{ cm}$$

 $\frac{1}{2} P$

$$U_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \pi r_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 = 15,71 \text{ cm}$$

 $\frac{1}{2} P$

$$U_2 = 2 \pi r_2 = 2 \pi \cdot 2,5 = 15,71 \text{ cm}$$

 $\frac{1}{2} P$

$$U = U_1 + U_2 = 2 \cdot 15,71 \text{ cm} = \underline{\underline{31,41 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2} P$

$$b) \quad A = \frac{1}{2} \pi r_1^2 + \frac{1}{2} \pi r_2^2 - \frac{1}{2} \pi r_2^2$$

 $1 \frac{1}{2} P$

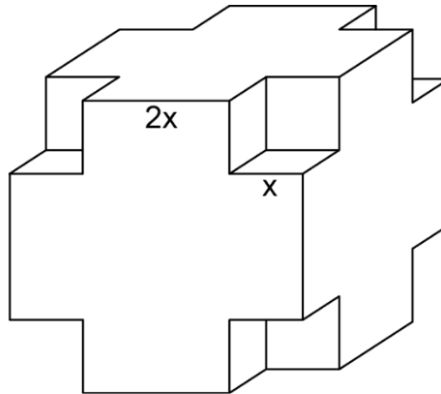
$$= \frac{1}{2} \pi r_1^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 5^2 = \underline{\underline{39,27 \text{ cm}^2}}$$

 $\frac{1}{2} P$

Aufgabe 6 (2,5 + 1,5 = 4 Punkte)

Aus einem grossen Würfel werden an allen Ecken kleine, gleich grosse Würfel herausgeschnitten.

- a) Berechnen Sie das Volumen des Restkörpers für $x = 2.5$ cm.
 b) Das Volumen des Restkörpers beträgt $19'208 \text{ cm}^3$. Berechnen Sie die Strecke x .



$$\begin{aligned} \text{a) } V &= (4x)^3 - 8x^3 \\ &= 64x^3 - 8x^3 = 56x^3 \\ &= 56 \cdot 2,5^3 = \underline{\underline{875 \text{ cm}^3}} \end{aligned}$$

1P

1P

 $\frac{1}{2}$ P

$$\begin{aligned} \text{b) } V &= 56x^3 \\ 19'208 &= 56x^3 \\ 343 &= x^3 \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{7 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

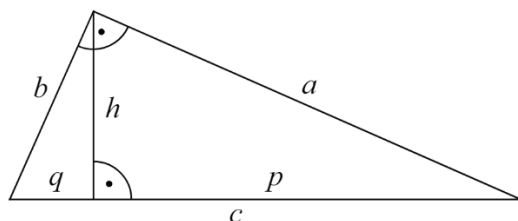
 $\frac{1}{2}$ P $\frac{1}{2}$ P $\frac{1}{2}$ P

Aufgabe 7 (1 + 1 + 1 + 2 = 5 Punkte)

Bei einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit $\gamma = 90^\circ$ beträgt die Fläche $A = 84 \text{ m}^2$ und die Kathete $b = 24 \text{ m}$.

Berechnen Sie:

- e) die Kathete a.
- f) die Hypotenuse c.
- g) die Höhe h_c .
- h) die Hypotenusenabschnitte p und q.



$$a) \quad A = \frac{a \cdot b}{2} \quad \frac{1}{2} p$$

$$84 = \frac{a \cdot 24}{2} \quad \rightarrow \quad a = \frac{2 \cdot 84}{24} = \underline{\underline{7 \text{ m}}} \quad \frac{1}{2} p$$

$$b) \quad c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \frac{1}{2} p$$

$$c = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{625} = \underline{\underline{25 \text{ m}}} \quad \frac{1}{2} p$$

$$c) \quad A = \frac{c \cdot h}{2} \quad \frac{1}{2} p$$

$$84 = \frac{25 \cdot h}{2} \quad \rightarrow \quad h = \frac{2 \cdot 84}{25} = \underline{\underline{6,72 \text{ m}}} \quad \frac{1}{2} p$$

$$d) \quad p = \sqrt{a^2 - h^2} \quad \frac{1}{2} p$$

$$p = \sqrt{7^2 - 6,72^2} = \sqrt{3,84} = \underline{\underline{1,96 \text{ m}}} \quad \frac{1}{2} p$$

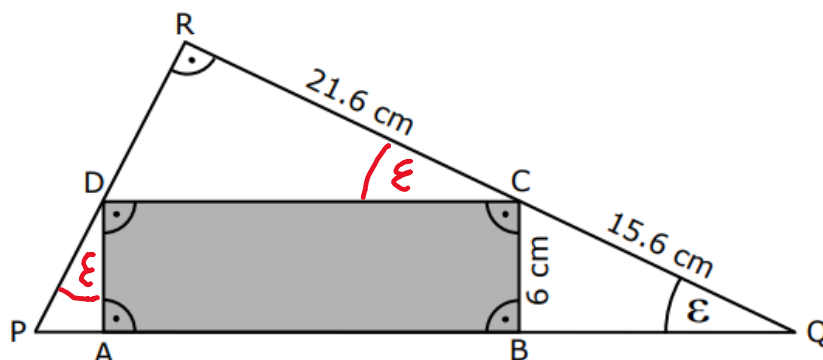
$$q = c - p \quad \frac{1}{2} p$$

$$q = 25 - 1,96 = \underline{\underline{23,04 \text{ m}}} \quad \frac{1}{2} p$$

Aufgabe 8 (1 + 3 = 4 Punkte)

Im rechtwinkligen Dreieck PQR ist ein Rechteck ABCD eingezeichnet.

- a) Markieren Sie in der Figur alle Winkel, die gleich gross wie ε sind.
 b) Berechnen Sie die Fläche des Rechtecks ABCD.



a) siehe Figur

1P

b) $\overline{BQ} = \sqrt{15,6^2 - 6^2} = \underline{\underline{14,4 \text{ cm}}}$

$\frac{1}{2}$ P

$$\triangle CRD \sim \triangle BQC$$

$\frac{1}{2}$ P

$$\frac{\overline{DC}}{\overline{CQ}} = \frac{\overline{CR}}{\overline{BQ}}$$

$\frac{1}{2}$ P

$$\frac{\overline{DC}}{15,6} = \frac{21,6}{14,4}$$

$$\overline{DC} = \frac{21,6 \cdot 15,6}{14,4} = 23,4 \text{ cm}$$

1P

$$A = 23,4 \cdot 6 = \underline{\underline{140,4 \text{ cm}^2}}$$

$\frac{1}{2}$ P