

| Aufnahmeprüfung 2018   |                         |                         |
|--|-------------------------|-------------------------|
|  |                         |                         |
| <b>BM</b>  | <b>FMS /<br/>Gym So</b> | <b>FMS /<br/>Gym Ol</b> |
| (zutreffendes ankreuzen)   |                         |                         |
| <b>Prüfungsnummer:</b><br>(auf jeder Seite oben links eintragen) |                         |                         |
|  |                         |                         |

Prüfungsfach: **Algebra und Geometrie**  
 Prüfungsdauer: 90 Minuten  
 Hilfsmittel: Ein nicht gleichungsauf Lösungsfähiger, nicht algebrafähiger und nicht grafikfähiger Taschenrechner  
 Konstruktionswerkzeug für Konstruktionen

| Aufgabe                | max. Punkte | err. Punkte |
|------------------------|-------------|-------------|
| Aufgabe 1              | 5           |             |
| Aufgabe 2              | 4           |             |
| Aufgabe 3              | 4           |             |
| Aufgabe 4              | 5           |             |
| Aufgabe 5              | 4           |             |
| Aufgabe 6              | 4           |             |
| Aufgabe 7              | 3           |             |
| Aufgabe 8              | 5           |             |
| <b>Total Punkte</b>    | <b>34</b>   |             |
| Total erreichte Punkte |             |             |

|                     |  |
|---------------------|--|
| <b>Prüfungsnote</b> |  |
|---------------------|--|

- Die Lösungen müssen mit Tinte, Filzstift oder Kugelschreiber direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden. Nur für die Konstruktion darf der Bleistift verwendet werden.
- Für die maximale Punktzahl wird ein vollständiger Lösungsweg erwartet.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse müssen deutlich als solche gekennzeichnet und durchgestrichen werden. Sind mehrere Lösungswege vorhanden, wird die Aufgabe nicht bewertet!
- Bei den Konstruktionen ist ein Lösungsbescrieb erforderlich. Die Konstruktionen sind vollständig durchzuführen (z.B. Tangentenkonstruktion mit Berührungspunkten).
- Prüfungsnummer auf dem Titelblatt und auf jeder Seite oben links eintragen.

## Aufgabe 1 (2+3=5 Punkte)

- a) Lösen Sie die Gleichung nach x auf. Grundmenge G=R.

$$4x - 5(3 - 2x) = 3(4x - 1) + 6x$$

- b) Lösen Sie die Gleichung nach y auf. Grundmenge G=R.

$$\frac{4y + 3}{2} - \frac{2y + 2}{3} = 7$$

$$a) \quad 4x - 5(3 - 2x) = 3(4x - 1) + 6x$$

$$4x - 15 + 10x = 12x - 3 + 6x$$

$$14x - 15 = 18x - 3$$

$$-4x = 12$$

$$\underline{\underline{x = -3}}$$

1P

 $\frac{1}{2}$ P $\frac{1}{2}$ P

$$b) \quad \frac{4y + 3}{2} - \frac{2y + 2}{3} = 7$$

$$3(4y + 3) - 2(2y + 2) = 6 \cdot 7$$

$$12y + 9 - 4y - 4 = 42$$

$$8y + 5 = 42$$

$$8y = 37$$

$$\underline{\underline{y = \frac{37}{8}}}$$

1P

1P

 $\frac{1}{2}$ P $\frac{1}{2}$ P

## Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Gegeben ist der Term T:  $T = \frac{a+3b}{a}$

Berechnen Sie den Term ohne Benutzung des Taschenrechners (Lösungsweg!) für  $a = \frac{9}{4}$  und  $b = -\frac{2}{5}$ .

- b) Der Wirt im Gasthof Krone färbt Eier für das Osterfest. Er produziert blaue, rote, grüne und gelbe Ostereier. Sieben Zwanzigstel aller Eier färbt er blau, 20 % färbt er rot, drei Achtel färbt er grün und die restlichen Eier färbt er gelb ein.
- Welchen Bruchteil aller Eier färbt er gelb ein?
  - Wie viele ganze Eier hat er mindestens eingefärbt?

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad T &= \frac{\frac{9}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{9}{4} - \frac{6}{5}}{\frac{9}{4}} \quad \frac{1}{2} P \\
 &= \frac{\frac{45 - 24}{20}}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{21}{20}}{\frac{9}{4}} \quad \frac{1}{2} P \\
 &= \frac{21 \cdot 4}{20 \cdot 9} = \frac{7}{15} \quad \frac{1}{2} P
 \end{aligned}$$

b) i) x: Anteil gelber Eier

$$\begin{aligned}
 x &= 1 - \frac{7}{20} - \frac{1}{5} - \frac{3}{8} \\
 &= \frac{40 - 14 - 8 - 15}{40} = \frac{3}{40}
 \end{aligned}$$

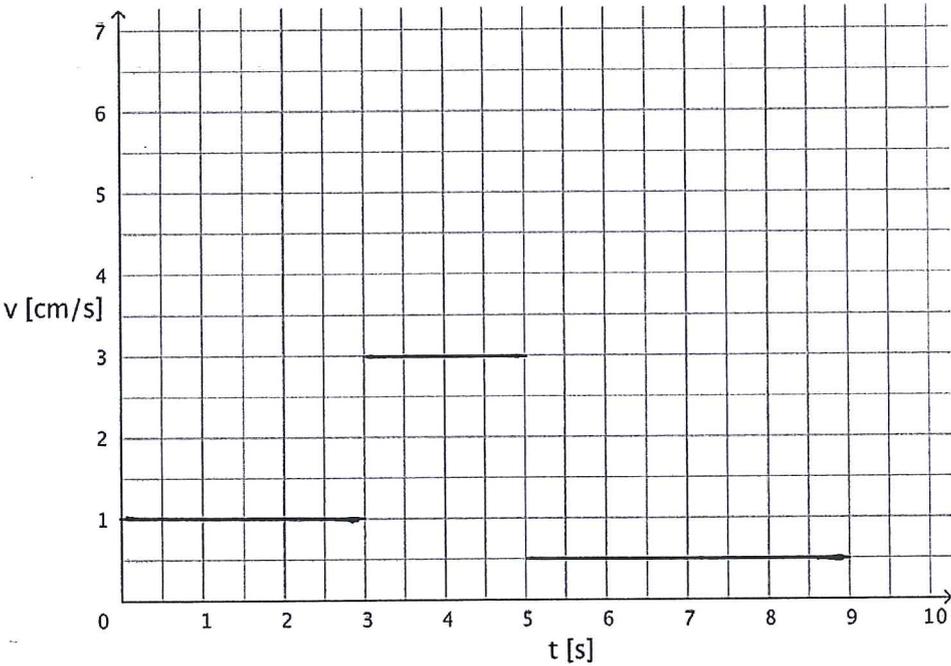
ii) 40 Eier

|             |
|-------------|
| Prf-Nummer: |
|             |

**Aufgabe 3** (1,5+1,5+1=4 Punkte)

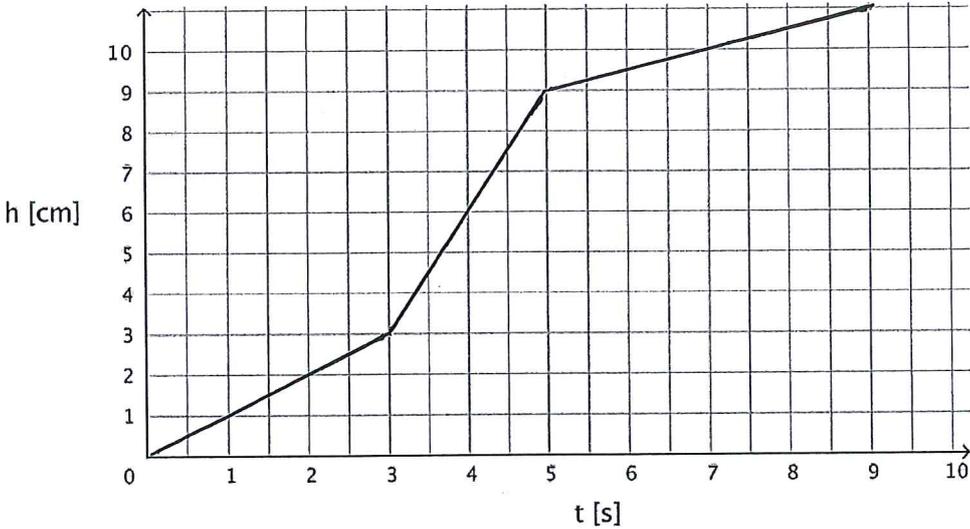
Aus einem Wasserhahn fliesst mit konstanter Geschwindigkeit Wasser in ein Gefäss. Das Wasser steigt im Gefäss die ersten 3 Sekunden um 1 cm pro Sekunde, dann für 2 Sekunden um 3 cm pro Sekunde und schliesslich während 4 Sekunden um 0,5 cm pro Sekunde.

- a) Zeichnen Sie den oben beschriebenen Vorgang in das folgende Koordinatensystem ein. Beachten Sie die Einheiten der Koordinatenachsen genau!



1 1/2 P

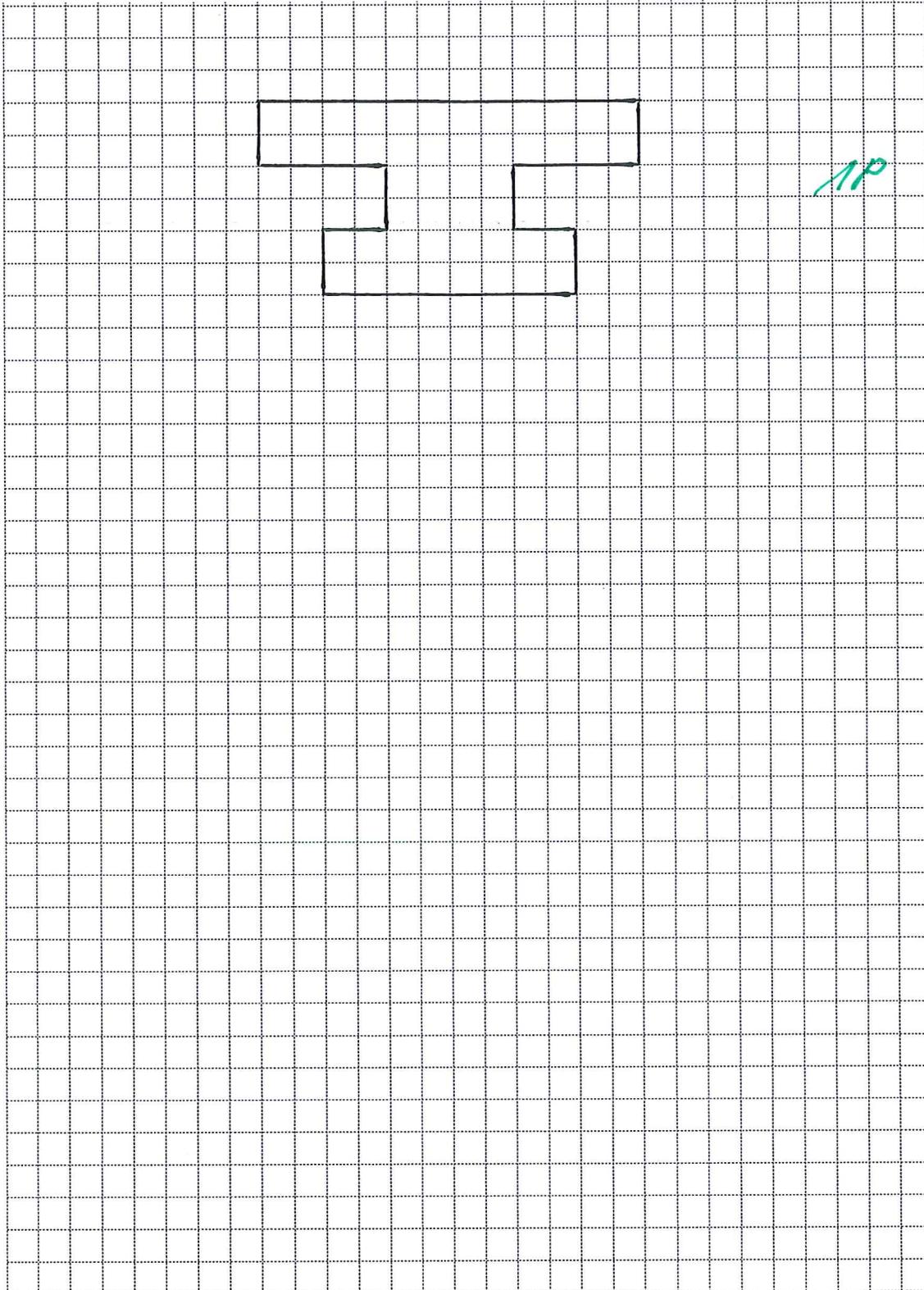
- b) Zeichnen Sie den oben beschriebenen Vorgang auch in das folgende Koordinatensystem ein. Beachten Sie die Einheiten der Koordinatenachsen genau!



1 1/2 P

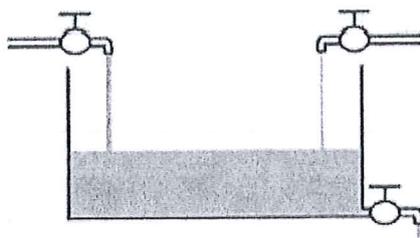
Prf-Nummer:

- c) Wie könnte ein Gefäss aussehen, damit es wie oben beschrieben gefüllt werden kann? Skizzieren Sie den Querschnitt eines solchen Gefässes.



**Aufgabe 4** (1+2+2=5 Punkte)

Ein Wasserbecken hat ein Volumen von 6'000 Liter. Es hat zwei Zuleitungen und einen Abfluss. Die erste Zuleitung liefert 10 Liter Wasser pro Minute und die zweite 6 Liter pro Minute.



- a) Das Becken ist ganz leer, beide Zuleitungen sind offen und der Abfluss ist geschlossen. Wie lange dauert es in Stunden und Minuten, bis das Becken voll ist?
- b) Wenn alle drei Leitungen geöffnet sind und das Becken ganz leer ist, dauert es 8 h 20 min bis es randvoll gefüllt ist. Wie viele Liter Wasser pro Minute fließen dabei ab?
- c) Das Becken ist leer. Während es gefüllt wird, fließen nun pro Minute 5 Liter Wasser ab. Nach drei Stunden wird der Abfluss geschlossen. Wie lange dauert es insgesamt, bis das Becken voll ist? Geben Sie das Resultat in Minuten an.

a)  $x$ : Füllzeit (min)

$$x \cdot 10 + x \cdot 6 = 6000$$

$$16x = 6000$$

$$x = \frac{6000}{16} = 375 \text{ min} = \underline{\underline{6 \text{ h } 15 \text{ min}}}$$

 $\frac{1}{2} P$  $\frac{1}{2} P$ 

b)  $y$ : Abflussmenge (L/min)

$$500 \cdot (10 + 6 - y) = 6000$$

$$16 - y = 12$$

$$\underline{\underline{y = 4}}$$

 $1 P$  $\frac{1}{2} P$  $\frac{1}{2} P$ 

c)  $z$ : gesamte Füllzeit (min)

$$z \cdot 10 + z \cdot 6 - 180 \cdot 5 = 6000$$

$$16z = 6900$$

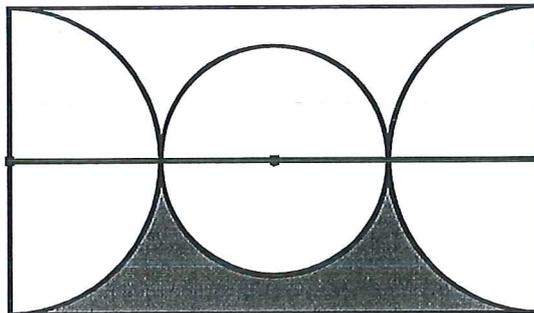
$$\underline{\underline{z = 431,25}}$$

 $1 P$  $\frac{1}{2} P$  $\frac{1}{2} P$

**Aufgabe 5** (0,5+1,5+2=4 Punkte)

Das Rechteck in der Figur unten hat eine Länge von  $a = 13$  cm und eine Breite von  $b = 8$  cm. Berechnen Sie folgende Größen:

- den Radius des inneren Kreises.
- den Umfang der dunkel markierten Figur.
- die Fläche der dunkel markierten Figur.



$$a) \quad r = \frac{13 - 2 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{2,5 \text{ cm}}} \quad \frac{1}{2} P$$

$$b) \quad U = 13 + \frac{2 \cdot 4 \cdot \pi}{2} + \frac{2 \cdot 2,5 \cdot \pi}{2}$$

$$= 13 + 6,5\pi = \underline{\underline{33,42 \text{ cm}}} \quad \frac{1}{2} P$$

$$c) \quad A = 4 \cdot 13 - \frac{4 \cdot 2 \cdot \pi}{2} - \frac{2 \cdot 2,5^2 \cdot \pi}{2}$$

$$= \underline{\underline{17,05 \text{ cm}^2}} \quad \frac{1}{2} P$$

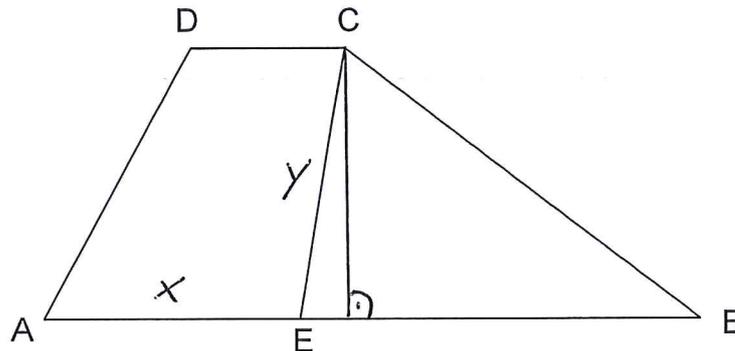
**Aufgabe 6** (2+2=4 Punkte)

ABCD ist ein Trapez. Es messen:

$$\overline{AB} = 14 \text{ cm}, \overline{BC} = 9 \text{ cm}, \overline{CD} = 2 \text{ cm}, \overline{AD} = 5 \text{ cm}$$

Die beiden Teilfiguren (Trapez AECD und Dreieck BCE)

- haben den gleichen Umfang. Wie lang ist die Strecke  $\overline{AE}$  ?
- sind flächengleich. Berechnen Sie  $\overline{AE}$ .



$x$ : Strecke  $\overline{AE}$  (cm)

$$a) \quad x + 5 + 2 + y = 14 - x + 9 + y$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

1P

 $\frac{1}{2}$ P $\frac{1}{2}$ P

$$b) \quad \frac{x+2}{2} \cdot h = \frac{14-x}{2} \cdot h$$

$$x+2 = 14-x$$

$$2x = 12$$

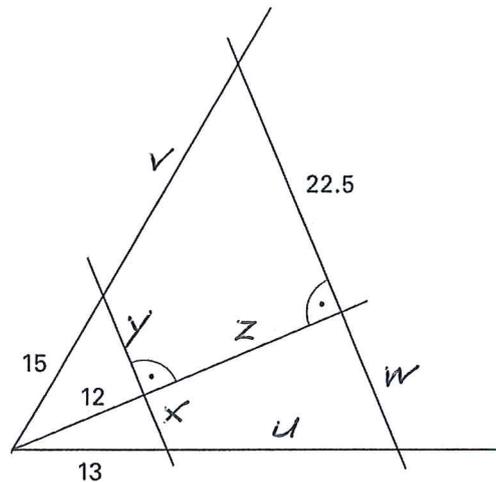
$$x = 6$$

1P

 $\frac{1}{2}$ P $\frac{1}{2}$ P

## Aufgabe 7 (3 Punkte)

Berechnen Sie in der Figur unten die fehlenden Teilstücke.



$$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2} P$ 

$$y = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} = \underline{\underline{9 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2} P$ 

$$\frac{12}{9} = \frac{12+z}{22,5} \longrightarrow 9(12+z) = 12 \cdot 22,5$$

$$12+z = 30$$

$$\underline{\underline{z = 18 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2} P$ 

$$\frac{u}{13} = \frac{18}{12} \longrightarrow u = \frac{18 \cdot 13}{12} = \underline{\underline{19,5 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2} P$ 

$$\frac{v}{15} = \frac{18}{12} \longrightarrow v = \frac{18 \cdot 15}{12} = \underline{\underline{22,5 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2} P$ 

$$\frac{w}{5} = \frac{22,5}{9} \longrightarrow w = \frac{22,5 \cdot 5}{9} = \underline{\underline{12,5 \text{ cm}}}$$

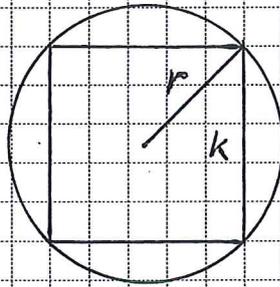
 $\frac{1}{2} P$

## Aufgabe 8 (1+2+2=5 Punkte)

Gegeben ist ein oben offener Zylinder mit Innenradius  $r = 5$  cm und Höhe  $h = 20$  cm.

- Ein Würfel wird so in den Zylinder gestellt, dass eine Begrenzungsfläche auf dem Zylinderboden liegt. Welche maximale Kantenlänge könnte der Würfel theoretisch haben, damit man ihn gerade noch in den Zylinder hineinstellen kann?
- Der Zylinder ist bis auf eine Höhe von 18 cm mit Wasser gefüllt. Ein Bleiwürfel mit Kantenlänge  $k = 6$  cm wird nun vollständig in den Zylinder hineingetaucht. Wie viel Wasser fließt aus?
- Auf welche Höhe müsste der Zylinder zu Beginn mit Wasser gefüllt sein, damit nach dem Hineinstellen des Bleiwürfels der Zylinder randvoll mit Wasser gefüllt ist?

a)



$$k = \sqrt{5^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{50} = \underline{\underline{7,07 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2}$  P $\frac{1}{2}$  P

b)

$$V_Z = 5^2 \pi \cdot 20 = 1570,8 \text{ cm}^3$$

 $\frac{1}{2}$  P

$$V_{Z'} = 5^2 \pi \cdot 18 = 1413,72 \text{ cm}^3$$

 $\frac{1}{2}$  P

$$V_W = 6^3 = 216 \text{ cm}^3$$

 $\frac{1}{2}$  P

$$V = V_{Z'} + V_W - V_Z = \underline{\underline{58,92 \text{ cm}^3}}$$

 $\frac{1}{2}$  P

c)

$$5^2 \cdot \pi \cdot h + 6^3 = 5^2 \pi \cdot 20$$

1 P

$$25 \pi \cdot h + 216 = 1570,8$$

$$25 \pi \cdot h = 1354,8$$

 $\frac{1}{2}$  P

$$h = \underline{\underline{17,25 \text{ cm}}}$$

 $\frac{1}{2}$  P